

16 stycznia 2025 r.

eliminacje

czas: 120 minut

Przed Tobą test składający się z 25 zadań. Do każdego zadania podano cztery odpowiedzi, z których **co najmniej jedna jest prawdziwa**. Twoim zadaniem jest wypełnienie tabeli odpowiedzi wpisując **T** lub **N** w zależności od tego, czy odpowiedź jest prawdziwa, czy fałszywa.

We wszystkich zadaniach za każdą poprawną odpowiedź otrzymasz 3 punkty, za brak odpowiedzi 0 punktów, za złą odpowiedź zostanie Ci odjęty 1 punkt.

UWAGA! Jeżeli w zadaniu udzielisz cztery odpowiedzi **N** albo trzy odpowiedzi **N** i jednocześnie nie udzielisz odpowiedzi **T**, otrzymasz za to zadanie minus 12 punktów.

Powodzenia!

Przykład wypełniania karty odpowiedzi.

1. Liczba pierwsza może być podzielna przez:

- a) 2; b) 3; c) 57; d) 59.

2. Iloczyn $(1 + \sqrt{2}) \cdot (1 - \sqrt{2})$ wynosi:

- a) -1 ; b) 1; c) 2; d) $\sqrt{2}$.

Nr zad.	Odpowiedzi				Punkty
	a)	b)	c)	d)	
1.	T	T	N	T	
2.	T	N	N	N	

Treści zadań

1. Wiadomo, że $45^2 = 2025$. Prawdą jest, że:

- a) $2025 = 9 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 5$; b) $2025^2 = 3^4 \cdot 5^4$; c) $2025^2 = 3^8 \cdot 5^4$; d) $2025^4 = 3^8 \cdot 15^8$.

2. W opakowaniu znajduje się 20 kart: niebieskie, czerwone i żółte. Jest sześć razy mniej niebieskich niż żółtych i mniej czerwonych niż żółtych. Najmniejsza liczba kart, które należy wyciągnąć bez patrzenia, aby co najmniej jedna z nich była na pewno czerwona, wynosi:

- a) 6; b) 7; c) 8; d) 15.

3. Średnia arytmetyczna liczb 3, 5, 7, a , b jest równa 15. Średnia liczb a i b wynosi:

- a) 15; b) 30; c) 45; d) 60.

4. Na jednej ławce może usiąść 11 dzieci lub 7 dorosłych. Podczas pewnej uroczystości na N ławkach usiadła w sumie taka sama liczba dzieci i dorosłych. Liczba N może być równa:

- a) 9; b) 18; c) 36; d) 54.

5. Robert trzyma w sumie 90 młoczek w 4 akwariach. W drugim akwarium jest o 1 młoczek więcej niż w pierwszym akwarium. W trzecim akwarium jest o 2 młoczki więcej niż w drugim akwarium. W czwartym akwarium jest o 3 młoczki więcej niż w trzecim akwarium. Młoczek to taka mała rybka, a nie mały młoczek.

Liczba młoczek w czwartym akwarium jest równa:

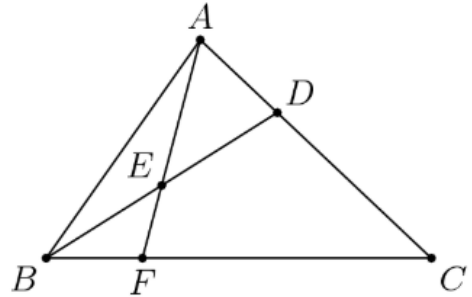
- a) 21; b) 23; c) 24; d) 26;

6. Iloczyn 2025 liczb całkowitych większych od 1 jest nieparzysty i równa się K . Wynika stąd, że:

- a) $K \leq 2025$;
- b) $K > 2025$;
- c) $K \geq 3^{2025}$;
- d) K jest podzielne przez 3.

7. Punkt D dzieli bok AC trójkąta ABC w stosunku $1 : 2$. Punkt E jest środkiem odcinka BD (patrz rysunek). Jeżeli pole trójkąta ABC jest równe S , to pole trójkąta ADE wynosi:

- a) $\frac{S}{6}$;
- b) $\frac{S}{8}$;
- c) $\frac{S}{2\sqrt{2}}$;
- d) $\frac{S}{3\sqrt{2}}$.



8. Dla dowolnych różnych i dodatnich liczb a i b prawdziwa jest nierówność $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$. Prawdą jest, że:

- a) $\frac{2+1}{2} > \sqrt{2}$;
- b) $\frac{a+1}{2} > \sqrt{a}$;
- c) $\frac{a+\frac{1}{a}}{2} > 1$;
- d) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2} > \sqrt{6}$.

9. Jeżeli $2a - b = 3$ i $3b - c = 3$ to $6a - c$ wynosi:

- a) 10;
- b) 11;
- c) 12;
- d) 13.

10. Natalia zapisała na tablicy liczby całkowite: $1, 2, 3, \dots, 99, 100$. Następnie zmasowała jedną z liczb i okazało się, że suma pozostałych jest podzielna przez 50. Natalia mogła zmasować liczbę:

- a) 25;
- b) 50;
- c) 70;
- d) 100.

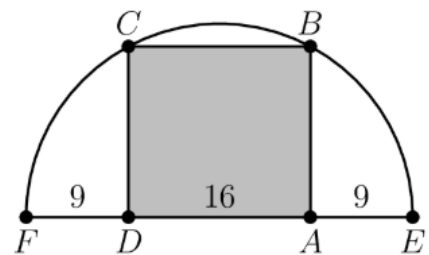
11. Najmniejszą wspólną wielokrotnością liczby całkowitej dodatniej n i liczby 18 jest 180, a największym wspólnym dzielnikiem liczby n i liczby 45 jest 15. Suma cyfr liczby n jest równa:

- a) 3;
- b) 4;
- c) 5;
- d) 6.

12. Rysunek obok przedstawia półokrąg o średnicy EF .

Pole prostokąta $ABCD$ jest równe:

- a) 240;
- b) 256;
- c) 264;
- d) 272.



13. Na boku CD kwadratu $ABCD$ wybrano punkt E taki, że pole trójkąta ADE wynosi 21, a pole czworokąta $ABCE$ jest równe 28. Prawdą jest, że:

- a) $AC = 7\sqrt{2}$;
- b) $AE = \frac{3\sqrt{2}}{2}$;
- c) $AB + AC > 15$;
- d) $AC - AB = \sqrt{2}$.

14. Wieś Logikowo liczy sobie 31 mieszkańców. Można ich podzielić na trzy grupy. Niektórzy zawsze kłamią, niektórzy zawsze mówią prawdę, a niektórzy na każde pytanie odpowiadają „Tak”. Do Logikowa przyjechał profesor logiki i zaczął zadawać pytania.

Na pytanie: „Czy jesteś prawdomówny?” 31 mieszkańców odpowiedziało „Tak”. Na pytanie: „Czy na każde pytanie odpowiadasz „Tak”?” 24 mieszkańców odpowiedziało „Tak”.

Na pytanie: „Czy jesteś kłamcą?” 9 mieszkańców odpowiedziało „Tak”.

Liczba osób zawsze mówiących prawdę jest równa:

- a) 7; b) 8; c) 9; d) 12.

15. Rozważmy liczbę $A = 2024^{2025} + 2025^{2024}$. Prawdą jest, że

- a) A jest liczbą parzystą; b) A jest liczbą nieparzystą;
c) A jest podzielne przez 3; d) A jest podzielne przez 6.

16. Liczba $\underbrace{202520252025 \dots 2025}_{2025 \text{ razy liczba } 2025}$ jest podzielna przez:

- a) 25; b) 125; c) 243; d) 2025.

17. Dane są trójkąty równoboczne T_1, T_2, T_3 . Suma pól trójkątów T_1 i T_2 jest równa polu trójkąta T_3 . Prawdą jest, że:

- a) Suma obwodów trójkątów T_1 i T_2 jest równa obwodowi trójkąta T_3 ;
b) Suma obwodów trójkątów T_1 i T_2 jest mniejsza od obwodu trójkąta T_3 ;
c) Suma obwodów trójkątów T_1 i T_2 jest większa od obwodu trójkąta T_3 ;
d) Suma kwadratów obwodów trójkątów T_1 i T_2 jest równa kwadratowi obwodu trójkąta T_3 .

18. Wyrażenie $1 + 2 + 3 - 4 + 5 + 6 + 7 - 8 + 9 + 10 + 11 - 12 + \dots + 197 + 198 + 199 - 200$ jest równe:

- a) 9800; b) 9900; c) 10000; d) 10100.

19. Dany jest ciąg liczbowy: $a_1 = 1 \cdot (1 - 1) = 0, a_2 = 2 \cdot (2 - 1) = 2, a_3 = 3 \cdot (3 - 1) = 6, \dots, a_n = n(n - 1), \dots$ itd. Możemy stwierdzić z całą pewnością, że:

- a) Każdy wyraz tego ciągu jest parzysty;
b) Iloczyn dowolnych dwóch kolejnych wyrazów tego ciągu jest zawsze podzielny przez 12;
c) Iloczyn dowolnych dwóch kolejnych wyrazów tego ciągu również jest wyrazem tego ciągu;
d) Istnieje w tym ciągu wyraz podzielny przez 20242025.

20. Dla dowolnej liczby $x \neq 0$ prawdziwa jest równość: $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$. Dodatnia liczba x spełnia równanie: $x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$. Wynika stąd, że:

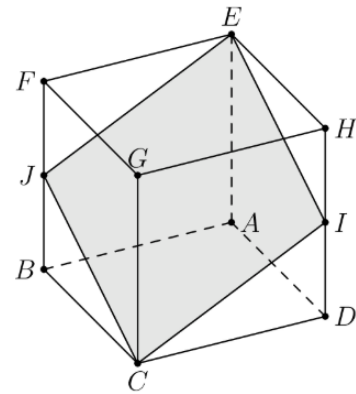
- a) $x + \frac{1}{x} = 5$; b) $x^2 - 5x + 1 = 0$; c) $\frac{1}{5}(x^2 + 1) = x$; d) $\frac{1}{5 - x} = x$.

21. Liczby bliźniacze to dwie liczby pierwsze różniące się o 2, na przykład 5 i 7 lub 41 i 43. Niech $a > 3$ i $b > 3$ będą liczbami bliźniaczymi. Możemy stwierdzić, że z całą pewnością:

- a) liczba $a + b$ jest podzielna przez 3; b) liczba $a + b$ jest podzielna przez 6;
c) liczba $a + b$ jest podzielna przez 12; d) liczba $|a - b|$ jest podzielna przez 3.

22. Na dużym ekranie komputera znajdowało się dużo liczb, których suma wynosiła 10000. Wirus komputerowy każdą z tych liczb odjął od liczby 5 i skasował początkową liczbę (tzn. każdą liczbę x zastąpił liczbą $5 - x$). Okazało się, że suma nowych liczb jest równa 125. Na ekranie komputera znajdowało się początkowo:
- a) 125 liczb; b) 250 liczb; c) 1000 liczb; d) 2025 liczb.
23. Litery V, L, O, M, A, X oznaczają różne cyfry. Liczba \overline{VLOVLO} jest największą liczbą spełniającą równość: $8 \cdot \overline{VLOVLO} = \overline{MAXMAX}$.
Suma $\overline{VLO} + \overline{MAX}$ jest równa:
- a) 1089; b) 1098; c) 1107; d) 1116.
Uwaga Symbol \overline{xyz} oznacza liczbę, której kolejnymi cyframi są x, y, z .
24. Największym dzielnikiem naturalnym liczby n , mniejszym od n , jest liczba 2025. Liczba n może być równa:
- a) $2 \cdot 2025$; b) $7 \cdot 2025$; c) $9 \cdot 2025$; d) 2025^2 .
25. Bryła o wierzchołkach $ABCDEFGH$ to sześcian o krawędzi 2. Punkty I oraz J są środkami krawędzi, jak pokazuje rysunek. Pole czworokąta $CIEJ$ wynosi:

- a) 4; b) 5; c) $2\sqrt{6}$; d) $3\sqrt{3}$.



www.lo5.bielsko.pl, www.puchar.lo5.bielsko.pl



www.stowarzyszenie.lo5.bielsko.pl