# XI Konkurs Matematyczny
# o Puchar Dyrektora V LO w Bielsku-Białej

9 lutego 2009 r. zawody finałowe czas: 90 minut

---

Przed Tobą do rozwiązania 4 zadania. Za każde zadanie możesz uzyskać maksymalnie 5 punktów.

---

**1.** Prosta $\ell$, o równaniu $y=ax+b-1$, i prosta $k$, o równaniu $y=-3ax+4b+1$, przecinają się w punkcie $C=(4,3)$. Prosta $\ell$ przecina oś $OY$ w punkcie $A$, a prosta $k$ przecina oś $OX$ w punkcie $B$. Obliczyć pole czworokąta $AOBC$, gdzie $O$ jest początkiem układu współrzędnych.

**2.** Liczby dodatnie: $A$, $B$, $C$, $a$, $b$, $c$ spełniają warunek

$$\frac{A}{a}=\frac{B}{b}=\frac{C}{c}.$$

Uzasadnić, że zachodzi równość

$$\sqrt{Aa}+\sqrt{Bb}+\sqrt{Cc}=\sqrt{(A+B+C)(a+b+c)}.$$

**3.** Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$ nie będący równoległobokiem, w którym $AB=CD$. Niech $M$, $N$, $P$ i $Q$ będą odpowiednio środkami odcinków: $AC$, $BD$, $AD$ i $BC$. Uzasadnić, że odcinki $MN$ i $PQ$ są prostopadłe.

**4.** Uzasadnić, że liczba

$$S=\underbrace{111\ldots11}_{2009\text{ cyfr}}+\underbrace{222\ldots22}_{2009\text{ cyfr}}+\underbrace{333\ldots33}_{2009\text{ cyfr}}+\ldots+\underbrace{888\ldots88}_{2009\text{ cyfr}}+\underbrace{999\ldots99}_{2009\text{ cyfr}}$$

jest podzielna przez 45.

*Powodzenia!*