

**IX Konkurs Matematyczny
o Puchar Dyrektora V LO w Bielsku-Białej**

2 lutego 2007 r.

finał

czas: 90 min.

Przed Tobą do rozwiązania 4 zadania.

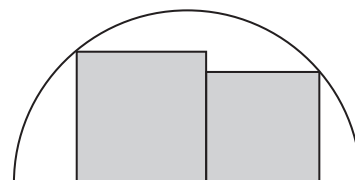
Za każde zadanie możesz uzyskać maksymalnie 5 punktów.

Zadanie 1.

Tata wraz z córką Asią i synem Wojtkiem złożyli się na prezent urodzinowy dla mamy. Tato dał połowę tego, co dały dzieci, i jeszcze 13 zł; Asia dała trzecią część tego, co dali tato i Wojtek, i jeszcze 13 zł; Wojtek dał czwartą część tego, co dali tato i Asia, i jeszcze 13 zł. Ile kosztował prezent dla mamy?

Zadanie 2.

W półokrąg o promieniu $r=5$ wpisano dwa kwadraty (tak jak na rysunku). Obliczyć sumę pól tych kwadratów.



Zadanie 3.

Wykazać, że prawdziwa jest równość

$$\frac{1}{1 \cdot 2006} + \frac{1}{2 \cdot 2005} + \frac{1}{3 \cdot 2004} + \dots + \frac{1}{2005 \cdot 2} + \frac{1}{2006 \cdot 1} = \frac{2}{2007} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2006} \right).$$

Zadanie 4.

1) Sześciokąt $ABCDEF$ jest wpisany w okrąg. Wykazać, że

$$\sphericalangle A + \sphericalangle C + \sphericalangle E = \sphericalangle B + \sphericalangle D + \sphericalangle F.$$

2) W pewnym sześciokącie wypukłym zachodzi równość

$$\sphericalangle A + \sphericalangle C + \sphericalangle E = \sphericalangle B + \sphericalangle D + \sphericalangle F.$$

Rozstrzygnąć, czy ten sześciokąt może nie być wpisany w okrąg. Odpowiedź uzasadnić.

Podsumowanie konkursu, ogłoszenie wyników i wręczenie nagród odbędzie się 1 marca 2007 r. (czwartek) o godz. 12.00.