

**VIII Konkurs Matematyczny
o Puchar Dyrektora V LO w Bielsku-Białej**

19 stycznia 2006 r.

finał

czas: 90 min.

Przed Tobą do rozwiązania 4 zadania.

Za każde zadanie możesz uzyskać maksymalnie 5 punktów.

1. Liczby a , b , c są różne od zera. Wyznacz wszystkie wartości jakie może przyjmować wyrażenie

$$\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{abc}{|abc|}.$$

2. Prosta dzieli prostokąt na dwie części o równych polach. Uzasadnij, że ta prosta przechodzi przez środek symetrii tego prostokąta.

3. Niech \overline{ab} oznacza liczbę naturalną dwucyfrową, w której a jest cyfrą dziesiątek i b jest cyfrą jedności. Znajdź wszystkie takie liczby dwucyfrowe \overline{ab} , że $\overline{ab} + \overline{ba}$ jest kwadratem liczby naturalnej.

4. Na przeciwprostokątnej AB trójkąta prostokątnego ABC wybrano takie punkty D i E , że $|AD| = |AC|$ i $|BE| = |BC|$. Wykaż, że długość odcinka DE jest równa długości średnicy okręgu wpisanego w trójkąt ABC .