

**XIX Konkurs Matematyczny  
o Puchar Dyrektora V LO w Bielsku-Białej**

31 stycznia 2017 r.

zawody finałowe

czas: 105 minut

Przed Tobą do rozwiązania 4 zadania. Za każde zadanie możesz uzyskać maksymalnie 5 punktów.

\* \* \* \* \*

**1.** Rozstrzygnij, czy istnieją takie liczby całkowite  $p$  i  $q$ , dla których spełniona jest równość

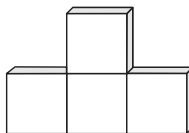
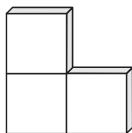
$$|2p + q| + |2p - q| + |p + 2q| + |p - 2q| = 2017.$$

**2.** Dany jest sześciokąt wypukły  $ABCDEF$ , w którym przeciwległe boki są parami równe i równoległe. Wykaż, że pole trójkąta  $ACE$  jest równe połowie pola danego sześciokąta.

**3.** Dla danych i różnych od zera liczb rzeczywistych  $a, b, c$  rozwiąż równanie

$$\frac{x^2 - (b^2 + c^2)}{a^2} + \frac{x^2 - (c^2 + a^2)}{b^2} + \frac{x^2 - (a^2 + b^2)}{c^2} = 3.$$

**4.** Trimino to klocek zbudowany z trzech kwadratów jednostkowych (rysunek po lewej), a tetramino — z czterech kwadratów jednostkowych (rysunek po prawej). Laura ma 100 klocków trimino oraz 75 klocków tetramino. Twierdzi, że potrafi nimi szczelnie wypełnić szachownicę o wymiarach  $20 \times 30$  i nie kładąc jednego klocka na drugim. Czy Laura ma rację? Odpowiedź uzasadnij.



*Powodzenia!*