

**XVIII Konkurs Matematyczny  
o Puchar Dyrektora V LO w Bielsku-Białej**

12 lutego 2016 r.

zawody finałowe

czas: 105 minut

Przed Tobą do rozwiązania 4 zadania. Za każde zadanie możesz uzyskać maksymalnie 5 punktów.

\* \* \* \* \*

**1.** Na sześciu kartkach Marta zapisała sześć kolejnych liczb całkowitych (po jednej liczbie na każdej kartce). Wojtek odwrócił jedną z tych kartek i zauważył, że suma liczb na nieodwróconych kartkach jest równa 2016. Jakie liczby Marta zapisała na kartkach i jaka liczba była zapisana na kartce odwróconej przez Wojtkę?

**2.** Dany jest trójkąt  $ABC$ , w którym  $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ . Przez środek  $S$  okręgu wpisanego w ten trójkąt poprowadzono proste  $a$ ,  $b$  i  $c$  równoległe do prostych odpowiednio  $BC$ ,  $AC$  i  $AB$ . Prosta  $a$  przecina bok  $AB$  w punkcie  $P$ , prosta  $b$  – bok  $AB$  w punkcie  $Q$ , a prosta  $c$  – boki  $AC$  i  $BC$  w punktach  $M$  i  $N$ . Wykazać, że

$$SM^2 + SN^2 = PQ^2.$$

**3.** Różne dodatnie liczby rzeczywiste  $a$ ,  $b$  spełniają równość

$$\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} = 7.$$

Wykazać, że co najmniej jedna z liczb  $a$ ,  $b$  jest niewymierna.

**4.** W każdym wierzchołku jedenastokąta foremnego wpisana została liczba rzeczywista. Dla każdego pięciu kolejnych wierzchołków sumy wpisanych liczb są równe. Wiedząc, że jedną z wpisanych liczb jest 9, obliczyć sumę wszystkich liczb wpisanych w wierzchołkach tego wielokąta.

*Powodzenia!*