

**XVII Konkurs Matematyczny
o Puchar Dyrektora V LO w Bielsku-Białej**

16 lutego 2015 r.

zawody finałowe

czas: 105 minut

Przed Tobą do rozwiązania 4 zadania. Za każde zadanie możesz uzyskać maksymalnie 5 punktów.

* * * * *

1. W klasie, do której uczęszcza Mateusz, jest 22 uczniów. W dyktandzie, które pisali wszyscy uczniowie tej klasy, Mateusz popełnił 10 błędów, a każdy z pozostałych uczniów mniej od niego. Wykaż, że można wskazać w tej klasie takich trzech uczniów, którzy w tym dyktandzie popełnili tę samą liczbę błędów.

2. Na bokach AB i BC równoległoboku $ABCD$ wybrano punkty odpowiednio E i F , przy czym $CF = 2BF$. Pola trójkątów ADE i BEF są równe odpowiednio 25 i 15. Oblicz pole równoległoboku $ABCD$.

3. Dany jest nieskracalny ułamek, którego licznik i mianownik są dodatnimi liczbami całkowitymi. Jeśli licznik i mianownik danego ułamka powiększymy o 2, to wartość danego ułamka zwiększy się o $\frac{1}{12}$, a jeżeli licznik i mianownik danego ułamka powiększymy o 1, to wartość danego ułamka zwiększy się tylko o $\frac{1}{20}$. Wyznacz wszystkie takie ułamki.

4. Wykaż, że

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2014}} + \frac{1}{\sqrt{2015}} > 44,88.$$

Powodzenia!