

XIV Konkurs Matematyczny
o Puchar Dyrektora V LO w Bielsku-Białej

14 lutego 2012 r.

zawody finałowe

czas: 90 minut

Przed Tobą do rozwiązania 4 zadania. Za każde zadanie możesz uzyskać maksymalnie 5 punktów.

* * * * *

1. Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości a . Okrąg o promieniu długości $r = \frac{5}{8}a$ przechodzi przez punkt D i jest styczny do boku AB w punkcie E . Obliczyć długość odcinka DE .

2. Wyznaczyć wszystkie pary (x, y) liczb rzeczywistych spełniające równanie

$$x\sqrt{3} + y\sqrt{3} = 3\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Wykazać, że w dwunastokącie foremnym $A_1A_2A_3 \dots A_{11}A_{12}$ przekątne A_1A_5 , A_2A_7 i A_3A_{10} przecinają się w jednym punkcie.

4. Wykazać, że jeśli liczby $x - y$ i $\frac{x}{y}$, gdzie $x \neq y$ i $y \neq 0$, są liczbami wymiernymi, to każda z liczb x , y jest liczbą wymierną.

Powodzenia!