

XIII Konkurs Matematyczny
o Puchar Dyrektora V LO w Bielsku-Białej

1 lutego 2011 r.

zawody finałowe

czas: 90 minut

Przed Tobą do rozwiązania 4 zadania. Za każde zadanie możesz uzyskać maksymalnie 5 punktów.

* * * * *

1. Funkcja liniowa f określona jest dla wszystkich liczb rzeczywistych. Wykazać, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x_1, x_2, \dots, x_n prawdziwa jest równość

$$f\left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}\right) = \frac{f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n)}{n}.$$

2. Dany jest równoramienny trójkąt rozwartokątny. Symetralne ramion tego trójkąta dzielą jego podstawę na trzy równe części. Obliczyć miary kątów danego trójkąta.

3. Liczby 1, 2, 3, ..., 32, 33 rozstawiamy w wierzchołkach 33-kąta foremnego, a następnie na środku każdego jego boku zapisujemy sumę liczb stojących na jego końcach. Czy istnieje takie rozstawienie tych liczb w wierzchołach wielokąta, aby wszystkie liczby zapisane na środkach jego boków były liczbami podzielnymi przez 4? Odpowiedź uzasadnić.

4. Dany jest taki sześciokąt $ABCDEF$, że przekątne AD, BE, EF przecinają się w jednym punkcie oraz

$$AD = BE = EF = 1.$$

Wykazać, że obwód sześciokąta $ABCDEF$ jest mniejszy od 6.

Powodzenia !