

**XII Konkurs Matematyczny
o Puchar Dyrektora V LO w Bielsku-Białej**

12 lutego 2010 r.

zawody finałowe

czas: 90 minut

Przed Tobą do rozwiązania 4 zadania. Za każde zadanie możesz uzyskać maksymalnie 5 punktów.

* * * * *

1. Na tablicy napisano dwie liczby: pierwszą i drugą. Następnie: napisano liczbę trzecią, która jest sumą liczb pierwszej i drugiej; napisano liczbę czwartą, która jest sumą liczb drugiej i trzeciej; napisano liczbę piątą, która jest sumą liczb trzeciej i czwartej itd. aż, wg tej samej zasady, napisano liczbę dziesiątą. Okazało się, że suma wszystkich dziesięciu liczb napisanych na tablicy jest równa 5005. Ile może być równa siódma liczba napisana na tablicy?

2. Wykazać, że dla każdej liczby całkowitej n liczba

$$A = \frac{1}{6}(n^3 - n + 2010)$$

jest liczbą całkowitą.

3. Piła ma 60 cm długości i zęby będące trójkątami równoramiennymi (niekoniecznie jednakowymi). Wysokość każdego z zębów jest równa $\frac{2}{3}$ jego podstawy. Po zębach piły maszeruje mrówka. Jaką drogę przejdzie mrówka pokonując wszystkie zęby tej piły?

4. Wyznaczyć wszystkie trójki (x, y, z) liczb rzeczywistych nieujemnych, które spełniają nierówności:

$$\frac{x+y}{2} \geq z, \quad \frac{y+z}{3} \geq x, \quad \frac{z+x}{4} \geq y.$$

Powodzenia!