

**X Konkurs Matematyczny
o Puchar Dyrektora V LO w Bielsku-Białej**

10 lutego 2008 r.

zawody finałowe

czas: 90 minut

Przed Tobą do rozwiązania 4 zadania. Za każde zadanie możesz uzyskać maksymalnie 5 punktów.

* * * * *

1. Rozwiąż równanie

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}} = 20.$$

2. W trójkąt ABC wpisano okrąg o środku S . Prosta AS przecina okrąg opisany na trójkącie ABC w punkcie D ($D \neq A$). Wykaż, że jeżeli $\sphericalangle ACB = 60^\circ$, to trójkąt BDS jest trójkątem równobocznym.

3. Rozstrzygnij, czy liczby $1, 2, 3, \dots, 76, 77$ można rozbić na 11 grup po 7 liczb tak, aby w każdej grupie suma trzech liczb była równa sumie czterech pozostałych. Odpowiedź uzasadnij.

4. W okręgu o promieniu R poprowadzono dwie prostopadłe cięciwy AB i CD . Wykaż, że

$$AC^2 + BD^2 = 4R^2.$$

Powodzenia!