VII Konkurs Matematyczny
o Puchar Dyrektora V LO w Bielsku-Białej

eliminacje

18 listopada 2004 r. czas: 90 min.

Przed Tobą do rozwiązania test składający się z 20 zadań.
Do każdego pytania podano cztery odpowiedzi, z których **co najmniej jedna jest prawdziwa**. Twoim zadaniem jest wypełnienie tabeli odpowiedzi wpisując T (tak) lub N (nie) w zależności od tego czy odpowiedź jest prawdziwa, czy fałszywa.
Za każdą prawidłową odpowiedź otrzymasz 3 punkty, za brak odpowiedzi 0 punktów, za złą odpowiedź zostanie Ci odjęty 1 punkt.

Przykład wypełniania karty odpowiedzi.

1. Liczba osi symetrii trójkąta może być równa:
   a) 0; b) 1; c) 2; d) 3.

2. Iloczyn $\left(2\sqrt{6}-\sqrt{5}\right)\left(3\sqrt{5}-2\sqrt{6}\right)$ wynosi:
   a) $8\sqrt{30}-39$; c) $4\sqrt{30}-39$;
   b) $8\sqrt{30}+9$; d) $8\sqrt{30}$.

Nr zad.	Odpowiedzi a)	b)	c)	d)		Punkty
1.	T	T	N	T		
2.	T	N	N	N		

Tematy zadań

1. Liczba $1^{-5}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}+\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$ jest równa

a) 63, c) 65,
b) 64 d) 66.

2. Siedem jednakowych ołówków kosztuje 10 złotych z groszami. Ile może kosztować jeden ołówek?

a) 1 zł 35 gr, c) 1 zł 55 gr,
b) 1 zł 45 gr, d) 1 zł 65 gr.

3. W ramce obok podano fragment indyjskiej bajki o małpach. Tych małp mogło być

> „Bawiły się raz małpy – wieść indyjska niesie –
> Kwadrat ich ósmej części już skacze po lesie,
> Pozostałych dwanaście w pląsach i z wrzaskami
> Pomiędzy zielonymi hasa pagórkami."

a) 16, c) 24,
b) 32, d) 48.

4. Kolejne wyrazy ciągu liczb powstają według tej samej reguły. Jeżeli początkowymi wyrazami tego ciągu są liczby
$1, 1, -2, 1, 1, -3, 1, 1, -4, \ldots,$ to

a) na 33 miejscu jest 1, c) na 99 miejscu jest -33,
b) na 55 miejscu jest 1, d) na 2004 miejscu jest -698.

5. Istnieją takie liczby naturalne m, n, że

a) m^n jest liczbą pierwszą,
b) $m, n, m+n$ są kwadratami liczb naturalnych,
c) $m \cdot n + 2m + 2n + 4$ jest liczbą pierwszą,
d) $m^n + n^m + 3$ jest liczbą pierwszą.

6. Aby wykonać piłkę potrzeba 1 m^2 skóry. Jeżeli chcielibyśmy, aby piłka miała średnicę o 10% większą, to musielibyśmy zużyć

a) 1,01 m^2 skóry, c) 1,10 m^2 skóry,
b) 1,331 m^2 skóry, d) 1,21 m^2 skóry.

7. Liczba $\sqrt[3]{2^2\sqrt{2}}$ jest

a) równa $\sqrt[4]{2^3\sqrt[3]{2}}$, c) wymierna,
b) mniejsza od 2, d) większa od $\sqrt{2}$.

8. Punkty A, B, C są różnymi punktami okręgu o środku S i takimi, że styczna do tego okręgu w punkcie A przecina prostą BC w punkcie D i $|BD| < |CD|$. Wówczas

a) $|\sphericalangle BSA| = 2 \cdot |\sphericalangle DAB|$,
b) trójkąty DAB i DAC mają takie same kąty,
c) $|CD| \cdot |BD| = |AD|^2$, d) $|BD| = \dfrac{|AB| \cdot |AD|}{|AC|}$.

9. Poniższa liczba może być przedstawiona jako suma dwóch liczb niewymiernych

a) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$, c) 0,
b) 2π, d) $3 + \sqrt{2}$.

10. Jeżeli $y = \dfrac{x-1}{x+1}$, to

a) $x = \dfrac{1+y}{1-y}$, c) $x = \dfrac{y+1}{y-1}$,

b) $x = \dfrac{y-1}{y+1}$, d) $x = \dfrac{1-y}{1+y}$.

11. Liczba $\dfrac{2004 \cdot 2005 + 2}{2004^2 + 2006}$ jest

a) mniejsza od $\dfrac{2004}{2006}$, c) większa od $\dfrac{2005}{2006}$,

b) równa 1, d) mniejsza od $\dfrac{2007}{2006}$.

12. Długości przyprostokątnych trójkąta prostokątnego są równe $\sqrt{5}$ i $2\sqrt{5}$. Wysokość tego trójkąta poprowadzona z wierzchołka kąta prostego

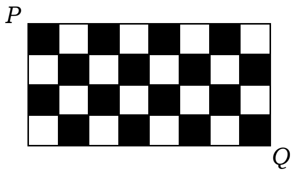
a) dzieli go na dwa trójkąty podobne,
b) ma długość większą niż 1,
c) dzieli przeciwprostokątną na odcinki o długościach 1 i 4,
d) ma długość mniejszą niż 2.

13. Rozwiązaniem równania $\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right) \cdot x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ jest liczba

a) $5 - 2\sqrt{6}$, c) $5 + 2\sqrt{6}$,

b) $5 + \sqrt{24}$, d) $5 - \sqrt{24}$.

14. Mrówka przeszła z punktu P do punktu Q idąc wzdłuż linii kwadratowej siatki o boku 1 i tak, że zawsze z lewej strony miała czarny kwadrat. Mogła zatem przejść drogę



a) 12, c) 20,

b) 16, d) 36.

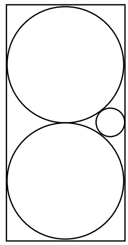
15. Funkcja liniowa spełniająca warunki: $f(x) = f(x+1) - 2$ i $f(1) = 3$ ma postać

a) $f(x) = x + 2$, c) $f(x) = 2x + 1$,

b) $f(x) = 2x$, d) $f(x) = x + 1$.

16. Niektóre ciągi słów (tzw. palindromy) w rodzaju *Kobyła ma mały bok* czyta się jednakowo wprzód i wspak. Podany niżej przykład nie ma tej cechy

a) *Muzo, raz daj jad za rozum,*
b) *Zakopane na pokaz,*
c) *Aksamitna rama, amarant i maska,*
d) *A no, sam maj trapi i partia masona.*



17. W prostokąt wpisano dwa koła większe i jedno mniejsze tak, że koła są styczne do boków prostokąta i wzajemnie styczne zewnętrznie. Średnica małego koła jest równa 1. Zatem

a) promień większego koła jest równy 2,
b) pole tego prostokąta jest większe niż 30,
c) Pole koła większego jest 15 razy większe od pola koła małego,
d) Obwód koła małego jest 4 razy mniejszy od obwodu koła dużego.

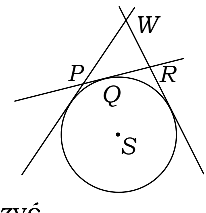
18. Okrągły stół o średnicy 2 m przykryty został cienkim kwadratowym obrusem o długości boku 2,5 m. Środek blatu stołu pokrywa się ze środkiem obrusa. Jaka jest różnica pomiędzy odległościami od podłogi najniżej i najwyżej położonego punktu na brzegu obrusa?

a) $\frac{1}{4}\left(5\sqrt{2}-5\right)$ m,
c) $\frac{1}{4}\left(5\sqrt{2}-2\right)$ m,
b) 0,5 m,
d) 0,25 m.

19. Dziadek ma więcej niż 50, ale mniej niż 70 lat. Każdy z jego synów (dziadek nie ma córek) ma tyle samo synów ilu braci. Suma liczby synów i liczby wnuków jest równa wiekowi dziadka. Ile lat ma dziadek i ilu ma on wnuków?

a) 56 lat i 28 wnuków,
c) 64 lata i 56 wnuków,
b) 64 lata i 48 wnuków,
d) 68 lat i 32 wnuków.

20. Do okręgu o środku S i promieniu 5 poprowadzono styczne przecinające się w punkcie W takim, że $|SW| = 13$. Do danego okręgu poprowadzono styczną w punkcie Q (tak, jak na rysunku), która przecięła poprowadzone styczne w punktach P i R. Zatem obwód trójkąta PRW



a) zależy od położenia Q,
c) nie da się obliczyć,
b) jest równy 24,
d) jest równy 22.