VI Konkurs Matematyczny
o Puchar Dyrektora V LO w Bielsku-Białej

27 listopada 2003 r. **eliminacje** **czas: 90 min.**

Przed Tobą do rozwiązania test składający się z 27 zadań.

Do każdego pytania podano cztery odpowiedzi, z których **co najmniej jedna jest prawdziwa**. Twoim zadaniem jest wypełnienie tabeli odpowiedzi wpisując **T** lub **N** w zależności od tego czy odpowiedź jest prawdziwa, czy fałszywa.

Za każdą prawidłową odpowiedź otrzymasz 3 punkty, za brak odpowiedzi 0 punktów, za złą odpowiedź zostanie Ci odjęty 1 punkt.

Przykład wypełniania karty odpowiedzi.

1. Liczba osi symetrii trójkąta może być równa:
   a) 0; b) 1; c) 2; d) 3.
2. Iloczyn $\left(2\sqrt{6}-\sqrt{5}\right)\left(3\sqrt{5}-2\sqrt{6}\right)$ wynosi:
   a) $8\sqrt{30}-39$; b) $4\sqrt{30}-39$;
   c) $8\sqrt{30}+9$; d) $8\sqrt{30}$.

Nr zad.	Odpowiedzi				Punkty
	a)	b)	c)	d)	
1.	T	T	N	T	
2.	T	N	N	N	

Tematy zadań

1. Liczba 200220032004 jest podzielna przez:

a) 3; b) 4; c) 8; d) 12.

2. W okręgu o promieniu 10 dana jest cięciwa o długości 8. Odległość środka tego okręgu od tej cięciwy jest równa:

a) 6; b) $\sqrt{84}$; c) $4\sqrt{21}$; d) $2\sqrt{21}$.

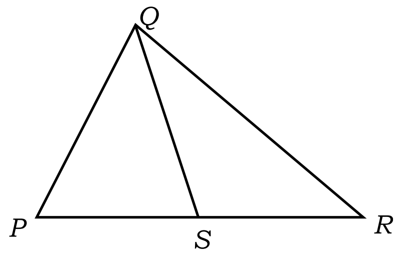
3. Dane są liczby $A=1+\sqrt{2}$ i $B=\sqrt{3+2\sqrt{2}}$. Zatem

a) $A>B$; b) $A<B$;
c) $A=B$; d) $A^2=B$.

4. Zaczynam liczyć od 19 do 89, wypowiadając jedną liczbę na sekundę. Ile czasu mi to zajmie?

a) 1 minutę; b) 1 minutę i 10 sekund;
c) 1 minutę i 11 sekund; d) 1 minutę i 19 sekund.

5. Na rysunku obok odcinki *SP, SQ, SR* są tej samej długości, a kąt *SRQ* ma $x°$. Ile stopni ma kąt *PSQ*?

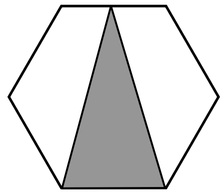


a) $3x$; b) $180°–2x$;
c) $2x$ d) $180°–3x$.

6. Samochód wyposażony w pięć opon (cztery jezdne i jedną zapasową) przejechał 30 000 km. Wszystkie opony były używane w jednakowym stopniu. Jaki przebieg w km miała jedna opona?

a) 6 000; b) 7 500;
c) 20 000; d) 24 000.

7. Jaką część powierzchni sześciokąta foremnego stanowi zacieniowany trójkąt?



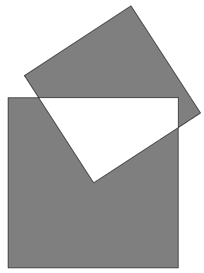
a) 1/4; b) 1/3; c) 5/12; d) 3/8.

8. Liczby $x = 2$ i $x = 3$ są rozwiązaniami w poniższych równaniach. Czy w podanym równaniu rozwiązaniem są obie z tych liczb?

a) $3x + 5 = 4x + 2$; b) $x^2 + 6 = 5x$;

c) $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{7}{12}$; d) $\left|x - \frac{5}{2}\right| = \frac{1}{2}$.

9. Dwa wycięte z tektury kwadraty o bokach odpowiednio 4 cm i 3 cm nakładają się w ten sposób, że wierzchołek mniejszego kwadratu jest środkiem większego kwadratu. Jeżeli usuniemy nakładające się części, to jaka będzie różnica pól pozostałych obszarów?



a) większa niż 6 cm^2; b) równa 7 cm^2;

c) mniejsza niż 8 cm^2; d) nie da się tego ustalić.

10. Zarówno liczbę 7 jak i liczbę 8 można przedstawić jako sumę dwóch liczb pierwszych ($7 = 2 + 5$; $8 = 3 + 5$). Ilu liczb naturalnych dodatnich, mniejszych od 30 nie można zapisać jako sumy dwóch liczb pierwszych?

a) 7; b) 8; c) 9; d) 10.

11. Objętość kuli jest równa 288π. Pole powierzchni tej kuli jest równe:

a) 36π; b) 72π; c) 144π; d) 288π.

12. W ciągu pięciu liczb (3, _ , _ , _ , 189) brakuje trzech wyrazów. Wiadomo, że każdy wyraz tego ciągu, począwszy od trzeciego, jest o trzy większy od podwojonego wyrazu poprzedniego. Zatem:

a) suma brakujących liczb jest większa od 70;

b) wszystkie brakujące liczby są liczbami podzielnymi przez 3;

c) jedna z brakujących liczb jest mniejsza od 20;

d) iloczyn brakujących liczb jest większy niż 87778.

13. Liczby pierwsze mniejsze od 2003 ponumerowano od najmniejszej do największej. Na piętnastym miejscu stoi:

a) 43; b) 47; c) 53; d) 57.

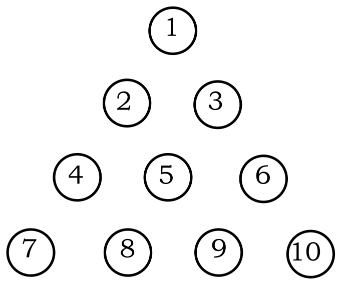
14. Ułamek $\frac{16}{64}$ ma tę niezwykłą własność, że gdy po prostu skreślimy 6 w liczniku i w mianowniku, to otrzymamy $\frac{1}{4}$, a $\frac{1}{4} = \frac{16}{64}$. Podany niżej ułamek nie ma podobnej własności:

a) $\frac{13}{39}$; b) $\frac{24}{48}$; c) $\frac{19}{95}$; d) $\frac{39}{91}$.

15. Dany jest kwadrat *ABCD*. *P* i *Q* są takimi punktami na zewnątrz tego kwadratu, że trójkąty *APB* i *BQC* są trójkątami równobocznymi. Kąt *QAP* ma miarę:

a) 70°; b) 75°; c) 80°; d) 85°.

16. Twoim zadaniem jest tak przestawić kilka kółek, aby powstał taki sam trójkąt równoboczny, tylko ustawiony "do góry nogami". Jaka może być suma liczb na kółkach, które przestawisz?



a) 18; b) 20;
c) 35; d) 41.

17. Każda Kunegunda ma futro. Każda posiadaczka futra jest mężatką. Wynika z tego, że:

a) każda Kunegunda jest mężatką;
b) każda mężatka ma futro;
c) pewna Kunegunda jest panną;
d) jeżeli mężatka nie ma futra, to nie ma na imię Kunegunda.

18. Dane są trzy towary: *A, B,* i *C* mające na początku tę samą cenę. Towar *A* najpierw staniał o 10%, a następnie podrożał o 15%. Towar *B* najpierw zdrożał o 10%, a następnie staniał o 15%. Towar *C* najpierw zdrożał o 15%, a następnie staniał o 10%. Niech *a, b, c* oznaczają odpowiednio końcowe ceny towarów *A, B* i *C*. Wtedy:

a) $a = b$; b) $b = c$; c) $c = a$; d) $a < b < c$.

19. Woda płynąca z kranów *A, B, C* jednocześnie napełnia basen w ciągu 4 godzin. Woda tylko z kranu *A* napełnia w ciągu godziny $\frac{1}{10}$ basenu, a tylko z kranu *B* — $\frac{1}{12}$ basenu. Ile czasu trwałoby napełnianie tego basenu wodą tylko z kranu *C*?

a) 10 godzin; b) więcej niż 8 godzin;
c) 15 godzin; d) mniej niż 16 godzin.

20. Dany jest czworokąt $ABCD$ o wierzchołkach: $A=(3,2)$, $B=(9,6)$, $C=$ $=(4,8)$, $D=(1,7)$. Prosta o równaniu $mx-y=0$ ma z tym czworokątem tylko jeden punkt wspólny. Wtedy:

a) $m=\frac{2}{3}$; b) $m=\frac{1}{2}$; c) $m=7$; d) $m=1$.

21. Dane są dwa trójkąty podobne. Jeden ma obwód równy 10 i pole równe 3, a drugi ma pole równe 12. Obwód drugiego trójkąta jest równy:

a) 20; b) 30; c) 40; d) 50.

22. Jeżeli n jest liczbą naturalną, to liczba $A=(n+3)(n+4)(n+5)$ na pewno dzieli się przez:

a) 2; b) 3; c) 4; d) 6.

23. Cztery proste mogą podzielić płaszczyznę dokładnie na:

a) 8 części; b) 9 części;
c) 10 części; d) 11 części.

24. Trójkąt ABC ma boki długości: $|AB|=3$, $|BC|=4$, $|AC|=5$. Wynika stąd, że:

a) kąt BAC tego trójkąta jest mniejszy od kąta ACB;

b) środek okręgu opisanego na trójkącie ABC leży na jednym z jego boków;

c) promień okręgu wpisanego w ten trójkąt ma długość 1,5;

d) wysokość poprowadzona do najdłuższego boku ma długość 2,4.

25. Dana jest funkcja określona wzorem $f(x)=\frac{x^2+1}{x}$, gdzie $x\neq 0$. Wtedy:

a) $f(-1)<0$; b) $f\left(\sqrt{2}\right)=\frac{3}{2}\sqrt{2}$;

c) $f\left(\sqrt{2}-1\right)=2\sqrt{2}$; d) $f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{x}{x^2+1}$.

26. Pewna klasa ma w ciągu tygodnia (od poniedziałku do piątku) 32 lekcje; codziennie nie mniej niż 4 i nie więcej niż 7. W planie tej klasy musi być taki dzień, w którym lekcji jest dokładnie:

a) 4; b) 5; c) 6; d) 7.

27. Równanie $ax-a=a^2x+a^2$ jest sprzeczne dla:

a) $a=-1$; b) $a=0$; c) $a=1$;

d) nie ma takiej wartości a.