V Konkurs Matematyczny
o Puchar Dyrektora V LO w Bielsku-Białej

21 listopada 2002 r. eliminacje czas: 90 min.

Przed Tobą do rozwiązania test składający się z 23 zadań.

Do każdego pytania podano cztery odpowiedzi, z których **co najmniej jedna jest prawdziwa**. Twoim zadaniem jest wypełnienie tabeli odpowiedzi wpisując **T** lub **N** w zależności od tego czy odpowiedź jest prawdziwa, czy fałszywa.

Za każdą prawidłową odpowiedź otrzymasz 3 punkty, za brak odpowiedzi 0 punktów, za złą odpowiedź zostanie Ci odjęty 1 punkt.

Przykład wypełniania karty odpowiedzi.

1. Liczba osi symetrii trójkąta może być równa:
a) 0; b) 1; c) 2; d) 3.

2. Iloczyn $\left(2\sqrt{6}-\sqrt{5}\right)\left(3\sqrt{5}-2\sqrt{6}\right)$ wynosi:
a) $8\sqrt{30}-39$; b) $4\sqrt{30}-39$;
c) $8\sqrt{30}+9$; d) $8\sqrt{30}$.

Nr zad.	Odpowiedzi				Punkty
	a)	b)	c)	d)	
1.	T	T	N	T	
2.	T	N	N	N	

Tematy zadań

1. Wartość wyrażenia $\left\{\left[1+\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^2-\frac{1}{4}\right\}-\frac{1}{4}$ jest:

a) równa $\frac{16}{17}$; b) mniejsza niż 1;

c) większa niż 1; d) równa $\frac{17}{16}$.

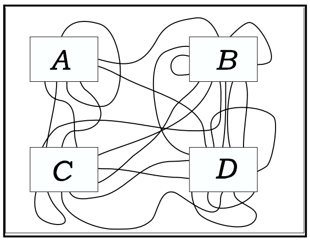
2. Dane są liczby: $A=3-2\sqrt{2}$, $B=3+2\sqrt{2}$, $C=-3-2\sqrt{2}$, $D=-3+2\sqrt{2}$.
Następujące zdanie jest prawdziwe:

a) liczby A i B są odwrotne; b) liczby A i D są przeciwne;
c) liczby C i D są odwrotne; d) liczby B i C są przeciwne.

3. Dwutysięczną drugą cyfrą po przecinku w rozwinięciu dziesiętnym liczby $\frac{55}{333}$ jest cyfra:

a) 1; b) 5; c) 6; d) inna niż poprzednie.

4. Na rysunku przedstawiony jest nieco poplątany sznurek, który przykryto czterema białymi kafelkami. Pod którym kafelkiem ukryty jest koniec sznurka?



a) A; b) B; c) C; d) D.

5. Turniej szachowy rozgrywany był systemem „każdy z każdym”. Liczba rozegranych partii w tym turnieju mogła być równa:

a) 12; b) 15; c) 20; d) 36.

6. W Polsce jest kilka świąt stałych (w nawiasach podano, który to dzień roku nieprzestępnego): Nowy Rok (1), Święto Pracy (121), Święto Konstytucji 3 Maja (123), Wniebowzięcie NMP (227), Wszystkich Świętych (305), Święto Niepodległości (315), Boże Narodzenie (359 i 360). Może zdarzyć się w roku nieprzestępnym, że:

a) dwa z tych świąt wypadną w ten sam dzień tygodnia;

b) każde z tych świąt wypadnie w inny dzień tygodnia;

c) 1 stycznia wypadnie we wtorek, a 25 grudnia w środę;

d) żadne ze świąt nie wypadnie w sobotę ani w niedzielę.

7. Pole P sześciokąta foremnego wyraża się wzorem:

a) $P = \frac{3}{2}a^2\sqrt{3}$, gdzie a jest długością boku tego sześciokąta;

b) $P = \frac{3}{2}R^2\sqrt{3}$, gdzie R jest długością promienia okręgu opisanego na tym sześciokącie;

c) $P = r^2\sqrt{3}$, gdzie r jest długością promienia okręgu wpisanego w ten sześciokąt;

d) $P = \frac{1}{24}p^2\sqrt{3}$, gdzie p jest obwodem tego sześciokąta.

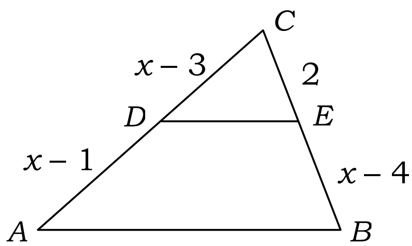
8. Odcinek DE jest równoległy do podstawy trójkąta ABC. Zachodzi to:

a) dla $x = 2$ oraz $x = 7$;

b) tylko dla $x = 2$;

c) nie istnieje takie x;

d) tylko dla $x = 7$.



9. W pewnej rodzinie jest pięć dziewczynek: Ania, Basia, Celina, Danusia i Ela. Rodziły się one w podanej kolejności co 3 lata. Najstarsza Ania jest 7 razy starsza od najmłodszej Eli. Ile lat ma Celina?

a) 5; b) 7 c) 8; d) 9.

10. Wśród liczb postaci $4^n - 1$, gdzie n jest liczbą całkowitą dodatnią:

a) dokładnie jedna jest liczbą pierwszą;

b) co najmniej jedna jest liczbą pierwszą;

c) nieskończenie wiele jest liczb pierwszych;

d) wszystkie liczby są dodatnie.

11. Liczba kątów ostrych w pięciokącie może być równa:

a) 0; b) 1; c) 2; d) 3.

12. Dany jest okrąg o promieniu 1 i środku w początku układu współrzędnych oraz wykres funkcji $y = x + m$, gdzie m jest liczbą rzeczywistą. Zatem:

a) istnieje taka całkowita wartość m, że wykres tej funkcji jest styczny do danego okręgu;

b) istnieją dokładnie trzy wartości całkowite m, dla których wykresy takich funkcji mają z danym okręgiem dwa punkty wspólne;

c) jeżeli wykres tej funkcji jest styczny do danego okręgu, to $m^2 = 2$;

d) jeżeli $m = 2$, to wykres funkcji ma jeden punkt wspólny z danym okręgiem.

13. Ile rozwiązań ma równanie $(x-1)(x-5)\sqrt{4-x^2} = 0$?

a) dokładnie 1; b) dokładnie 2; c) dokładnie 3; d) dokładnie 4.

14. Dane są punkty: $A = (-6,0)$, $B = (6,3)$, $C = (4,6)$. Czworokąt $ABCD$ jest trapezem, jeżeli:

a) $D = (-4,4)$; b) $D = (-12,9)$;

c) $D = (-5,6)$; d) $D = (-8,3)$.

15. Dodatnia liczba t, która spełnia warunek $t^2 = t + 1$ nazywa się „liczbą złotą". Jeżeli t jest „liczbą złotą", to t^5 równa się:

a) $5t + 5$; b) $3t^2 + 2t$;

c) $5t + 3$; d) $15t + 11$.

16. W trapezie $ABCD$, w którym: $AB \parallel CD$, $|AD| = |DC| = |CB|$ oraz $|AB| = |AC|$ miara kąta przy wierzchołku D jest równa:

a) $108°$; b) $120°$;

c) $150°$; d) za mało danych, aby ten kąt wyznaczyć.

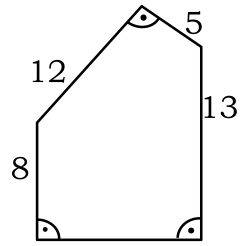
17. Joasia wybrała sobie dwie takie liczby, że ich największy wspólny dzielnik jest równy 21, a najmniejsza wspólna wielokrotność jest równa 210. Jedną z wybranych przez Joasię liczb może być:

a) 42; b) 63; c) 84; d) 105.

18. Elastyczna piłka puszczona swobodnie w dół odbija się od podłogi na wysokość 0,4 wysokości początkowej. Piłkę tę puszczono z wysokości 10 m. Po piątym odbiciu piłka osiągnie wysokość:

a) 55,55 cm; b) 6,4 cm; c) 10,24 cm; d) 0,1 cm.

19. Działka ma kształt i wymiary (w metrach) tak, jak na rysunku. Zatem:



a) obwód tej działki wynosi 50 m;

b) nie można obliczyć jednego z boków tej działki;

c) pole tej działki jest mniejsze niż 155 m^2;

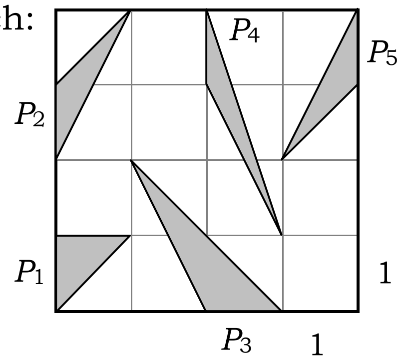
d) jedna z przekątnych tej działki ma długość całkowitą.

20. Kartka papieru ma grubość 0,01 mm. Składamy tę kartkę „na pół", potem jeszcze raz „na pół", itd. Po dziesięciokrotnym złożeniu grubość tej kartki będzie wynosić:

a) około 0,1 mm; b) około 1 cm;

c) około 5 mm; d) około 5 cm.

21. Na rysunku obok zaznaczono trójkąty o polach: P_1, P_2, P_3, P_4, P_5. Nieprawdą jest, że:



a) $P_1 = P_2$ i $P_3 > P_4$;

b) $P_1 < P_3$ i $P_4 = P_5$;

c) $P_2 = P_5$ i $P_3 = P_4$;

d) $P_3 > P_4$ i $P_1 = P_5$.

22. Środek okręgu należy do przekątnej danego kwadratu. Liczba punktów wspólnych tego okręgu i brzegu danego kwadratu może być równa:

a) 1; b) 4; c) 5; d) 7.

23. Kameleony mogą występować w trzech różnych ubarwieniach: niebieskim, białym i czerwonym. Gdy spotkają się dwa kameleony różnych kolorów, to oba zmieniają barwę na trzecią. Jeśli na pewnym obszarze występują 22 kameleony niebieskie, 14 czerwonych i 8 białych, to po pewnym czasie może zdarzyć się, że:

a) zanikną kameleony niebieskie;

b) zanikną kameleony czerwone;

c) zanikną kameleony białe;

d) wszystkie kameleony będą tego samego koloru.