II Konkurs Matematyczny o Puchar Dyrektora V LO w Bielsku-Białej
eliminacje
18 listopada 1999 r. czas: 90 min.

Przed Tobą do rozwiązania test składający się z 23 zadań.

Do każdego pytania podano cztery odpowiedzi, z których **co najmniej jedna jest prawdziwa**. Twoim zadaniem jest wypełnienie tabeli odpowiedzi wpisując T (tak) lub N (nie) w zależności od tego czy odpowiedź jest prawdziwa, czy fałszywa.

Za każdą prawidłową odpowiedź otrzymasz 3 punkty, za brak odpowiedzi 0 punktów, za złą odpowiedź zostanie Ci odjęty 1 punkt.

Przykład wypełniania karty odpowiedzi.

1. Liczba osi symetrii trójkąta może być równa:
   a) 0; b) 1; c) 2; d) 3.

2. Iloczyn $\left(2\sqrt{6}-\sqrt{5}\right)\left(3\sqrt{5}-2\sqrt{6}\right)$ wynosi:
   a) $8\sqrt{30}-39$; b) $4\sqrt{30}-39$;
   c) $8\sqrt{30}+9$; d) $8\sqrt{30}$.

Nr zad.	Odpowiedzi a)	b)	c)	d)		Punkty
1.	T	T	N	T		
2.	T	N	N	N		

Tematy zadań

1. Cena płyty CD po obniżce o 15% wynosi 44 zł 20 gr. Cena tej płyty przed obniżką była:
a) równa 50 zł 83 gr; c) większa niż 50 zł;
b) równa 52 zł; d) mniejsza niż 51 zł.

2. Poniższe zdanie jest zawsze prawdziwe:

a) równoległobok jest prostokątem; c) kwadrat jest rombem;
b) prostokąt jest rombem; d) romb jest prostokątem.

3. Trójkąt o wierzchołkach $A=(1,5)$; $B=(3,2)$; $C=(1,2)$:

a) jest prostokątny; c) ma pole 6;
b) ma obwód $5+\sqrt{13}$; d) jest równoramienny.

4. Istnieje liczba całkowita dodatnia n taka, że:

a) liczby 2^n-1 i 2^n+1 są pierwsze;
b) liczba 2^n-1 jest pierwsza i liczba 2^n+1 jest złożona;
c) liczba 2^n-1 jest złożona i liczba 2^n+1 jest pierwsza;
d) liczby 2^n-1 i 2^n+1 są złożone.

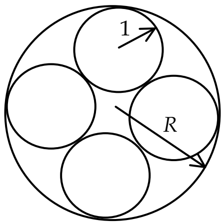
5. Długość boku kwadratu powiększono o 20%. Pole tego kwadratu:

a) zwiększyło się o 20%; c) zwiększyło się o więcej niż 15%;
b) zwiększyło się o 44%; d) zwiększyło się o mniej niż 40%.

6. Jeżeli $y=\dfrac{3+x}{2-x}$, to

a) $x=\dfrac{3+y}{2-y}$; c) $x=\dfrac{2y-3}{y+1}$;
b) $x=\dfrac{3y-2}{y+1}$; d) $x=2-\dfrac{5}{y+1}$.

7. Cztery cylindryczne słoiki umieszczono ciasno we wnętrzu okrągłego garnka (jak na rysunku). Promień podstawy słoika wynosi 1. Promień R podstawy garnka jest równy:

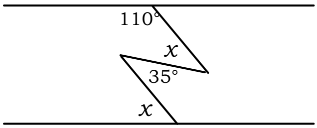


a) $2+2\sqrt{2}$; c) $1+\sqrt{2}$;
b) $\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$; d) $\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$.

8. Dana jest prosta a i okrąg o promieniu r styczny do tej prostej. Liczba okręgów o danym promieniu R ($R>r$) stycznych do prostej a i danego okręgu jest równa:

a) 1; c) 2; b) 3; d) 4.

9. Kąt x na rysunku ma miarę:

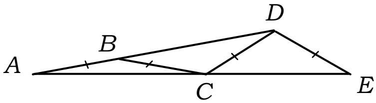


a) 52,5°;
b) 50°;
c) więcej niż 50°;
d) mniej niż 50°.

10. W zbiorze liczb całkowitych dodatnich określamy operacje: $\{a\} = a^4$ i $\langle a|b\rangle = a + b$. Wartość wyrażenia $\{\langle\{2\}|\{2\}\rangle\}$ jest równa:

a) 2^3; b) $3 \cdot 2^4$; c) 2^{12}; d) 2^{20}.

11. Wiadomo, że $|AB| = |BC| = |CD| = |DE|$ i $\sphericalangle ADE = 140°$. Wtedy $\sphericalangle EAD$ jest równy:

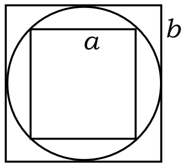


a) 25°; c) 20°;
b) 15°; d) 10°.

12. Trójkąt ABC ma boki długości: $|AB| = 3$, $|BC| = 4$, $|AC| = 5$. Wynika stąd, że:

a) kąt BAC jest większy od kąta ACB;
b) środek okręgu opisanego na trójkącie ABC leży na jednym z boków tego trójkąta;
c) promień okręgu wpisanego w trójkąt ABC ma długość 0,5;
d) trójkąt ABC jest rozwartokątny.

13. Iloraz $\frac{a}{b}$, gdzie a i b są długościami boków kwadratów (patrz rysunek), jest równy:



a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{\sqrt{2}}{4}$; d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

14. Popularny format papieru, np. A4, jest prostokątem, w którym stosunek $v = \frac{\text{długość}}{\text{szerokość}}$ jest tak wybrany, że zginając kartkę na dwoje przez środek długości otrzymujemy nowy prostokąt o bokach w tym samym stosunku $v = \frac{\text{długość}}{\text{szerokość}}$. Stosunek v spełnia warunek:

a) $v = \sqrt{2}$; b) $v^2 = 4$; c) $v^4 = 4$; d) $v = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{5}\right)$.

15. Jeżeli $a \oplus b = a^2b + 2a + b$ i $3 \oplus 7 = 2 \oplus x$, to x jest równe:

a) $\frac{72}{5}$; b) 7; c) 14,4; d) $5\frac{1}{3}$.

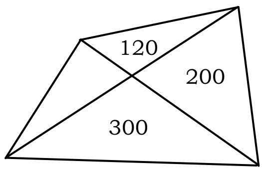
16. Ostatnim dniem XX w. będzie:

a) 1 stycznia 2000 r.; c) 31 grudnia 2000 r.;
b) 31 grudnia 1999 r.; d) 1 stycznia 2001 r.

17. Cyfrą jedności zapisu dziesiętnego liczby 1999^{2000} jest:

a) 9; b) 1; c) 0; d) 6.

18. Mama podzieliła kawałek placka w kształcie czworokąta wypukłego na cztery części robiąc cięcia wzdłuż przekątnych czworokąta (patrz rysunek). Masy trzech kawałków są znane i wynoszą: 120 g, 200 g, 300 g. Masa czwartego kawałka wynosi:



a) 180 g; b) 330 g; c) 280 g; d) 120 g.

19. Suma n początkowych liczb naturalnych nieparzystych jest równa:

a) $(n+1)^2 - (2n+1)$; b) $2n - n^2$; c) $2n^2 - n$; d) n^2.

20. Wiadomo, że $x > 0$ i $x + \frac{1}{x} = 3$. Wtedy $x^4 + \frac{1}{x^4}$ jest równe:

a) 27; b) 47; c) 81; d) 35.

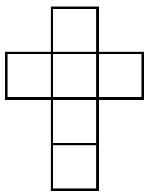
21. Poniższa figura ma więcej niż jeden środek symetrii:

a) prosta; b) okrąg; c) kwadrat; d) płaszczyzna.

22. Która jest godzina, zapytał ktoś Pitagorasa. *„Pozostało jeszcze z doby dwie trzecie tego dnia, co już upłynęło”* odpowiedział filozof. Która była godzina?

a) 14^{00}; b) 14^{24}; c) 14^{30}; d) 14^{42}.

23. Na rysunku przedstawiony jest krzyż składający się sześciu kwadratów. Obwód tej figury wynosi 6. Pole tej figury wynosi:



a) 1; c) $\frac{3}{2}$;

b) $\frac{18}{7}$; d) $1\frac{5}{49}$.