XX Konkurs Matematyczny o Puchar Dyrektora V LO w Bielsku-Białej

30 listopada 2017 r. **eliminacje** **czas: 105 minut**

Przed Tobą test składający się z 25 zadań. Do każdego zadania podano cztery odpowiedzi, z których **co najmniej jedna jest prawdziwa**. Twoim zadaniem jest wypełnienie tabeli odpowiedzi wpisując **T** lub **N** w zależności od tego czy odpowiedź jest prawdziwa, czy fałszywa.
We wszystkich zadaniach za każdą prawidłową odpowiedź otrzymasz 3 punkty, za brak odpowiedzi 0 punktów, za złą odpowiedź zostanie Ci odjęty 1 punkt.
UWAGA! Jeżeli w zadaniu udzielisz cztery odpowiedzi N albo trzy odpowiedzi N i jednocześnie nie udzielisz odpowiedzi T, otrzymasz za to zadanie minus 12 punktów.

Powodzenia!

Przykład wypełniania karty odpowiedzi.

1. Liczba osi symetrii trójkąta może być równa:

a) 0, b) 1, c) 2, d) 3.

2. Iloczyn $\left(2\sqrt{6}-\sqrt{5}\right)\left(3\sqrt{5}-2\sqrt{6}\right)$ wynosi:

a) $8\sqrt{30}-39$, b) $8\sqrt{30}+9$, c) $4\sqrt{30}-39$, d) $8\sqrt{30}$.

Nr zad.	Odpowiedzi a)	b)	c)	d)		Punkty
1.	T	T	N	T		
2.	T	N	N	N		

Treści zadań

1. Liczby $a=2017$ i $b=20+17$ są liczbami pierwszymi. Liczbą pierwszą jest też liczba:

a) $A=2+0+1+7$; b) $B=(2+0)\cdot(1+7)$; c) $C=2\cdot 0+1\cdot 7$; d) $D=2\cdot 0\cdot 1\cdot 7$.

2. Ewa za 3/4 swoich pieniędzy kupiła książkę, a za 1/3 reszty kupiła ciastko. Ile pieniędzy na początku miała Ewa, jeśli zostało jej 10 zł?

a) 40 zł; b) 60 zł; c) 80 zł; d) 100 zł.

3. Cyfry 1, 2, 3, 4, 5 można zapisać w takiej kolejności, aby utworzona z nich liczba pięciocyfrowa była podzielna przez:

a) 5; b) 6; c) 8; d) 12.

4. Dany kwadrat można rozciąć na:

a) 7 kwadratów; b) 10 kwadratów; c) 12 kwadratów; d) 15 kwadaratów.

Uwaga. Wycięte kwadraty nie muszą być jednakowe.

5. Różne od zera i różne między sobą liczby a, b spełniają równość

$$a+\frac{1}{b}=b+\frac{1}{a}.$$

Iloczyn ab jest:

a) liczbą dodatnią; b) równy 1; c) równy -1; d) równy 2.

6. Wyrażenie $\dfrac{(x+1)(x-1)+(1+x)(1-x)}{(x-1)(x+1)-(1-x)(1+x)}$ dla $x\neq 1$ i $x\neq -1$ jest równe:

a) $2x^2$; b) 0; c) x^2+1; d) $\dfrac{1}{x^2+1}$.

7. Na kwadracie K_1 o boku długości 4 opisano okrąg ω, a na tym okręgu opisano kwadrat K_2. Zatem:

a) pole kwadratu K_2 jest równe 32;

b) długość okręgu ω jest większa od $\dfrac{84}{5}$;

c) obwód kwadratu K_2 jest mniejszy od 24;

d) stosunek pola kwadratu K_2 do pola kwadratu K_1 jest równy $\sqrt{2}$.

8. Punkt C leży na odcinku AD, a punkt B leży na odcinku AC, przy czym $AC:CD=2:3$ i $AB:BC=3:2$. Wówczas:

a) $AB:BD=6:19$; c) $AB:BD=7:20$;

b) $AB:BD=1:3$; d) $AB:BD=1:4$.

9. Jeśli $\sqrt[3]{\sqrt{x}}=2$, to $\sqrt{x\sqrt[3]{x}}$ równa się:

a) 8; b) 16; c) 24; d) $16\sqrt{2}$.

10. Liczba 1008^2+2017 jest:

a) liczbą pierwszą; c) liczbą podzielną przez 3;

b) liczbą złożoną; d) kwadratem liczby całkowitej.

11. Rozwiązaniem równania $20:(x:(17:x))=x:(20:(x:17))$ jest liczba:

a) 340; b) $2\sqrt{85}$; c) -340; d) $-2\sqrt{85}$.

12. Niech

$$s_n=1-2+3-4+\dots+(-1)^{n+1}n.$$

Liczba $s_{99}+s_{100}$ jest:

a) ujemna; b) dodatnia; c) równa 0; d) równa 1.

13. Dany jest trójkąt ABC, w którym $\sphericalangle BAC=80^\circ$. Na boku AB tego trójkąta istnieje taki punkt D, że $BD=CD$ oraz $\sphericalangle BDC=3\sphericalangle ACD$. Punkt E jest środkiem boku BC danego trójkąta. W trójkącie tym spełnione są zależności:

a) $\sphericalangle BDC=2\sphericalangle ADC$; b) $\sphericalangle ABC=35^\circ$; c) $\sphericalangle ACB=70^\circ$; d) $\dfrac{BC}{ED}=2\sqrt{3}$.

14. Konstruujemy, według stałej zasady, nieskończony ciąg liczb:

$$1\xrightarrow{+5}6\xrightarrow{-2}4\xrightarrow{+5}9\xrightarrow{-2}7\xrightarrow{+5}12\xrightarrow{-2}10\xrightarrow{+5}15\xrightarrow{-2}13\longrightarrow\cdots$$

W ciągu tym wystąpi liczba:

a) 3333; b) 4444; c) 5555; d) 6666.

15. Liczby rzeczywiste a i b spełniają równości $ab=20$ i $a^2b+ab^2+a+b=441$. Liczby a i b spełniają warunek:

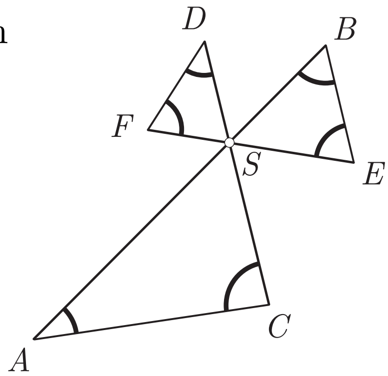
a) $a^2+b^2>300$; b) $a^2+b^2>350$; c) $a^2+b^2>400$; d) $a^2+b^2>450$.

16. Odcinki AB, CD i EF przecinają się w jednym punkcie S (zobacz rysunek). Suma kątów

$$\sphericalangle SAC+\sphericalangle SCA+\sphericalangle SBE+\sphericalangle SEB+\sphericalangle SDF+\sphericalangle SFD$$

jest równa:

a) 240°; b) 280°; c) 320°; d) 360°.



17. Równość

$$\sqrt{\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{1}{n-2}\right)}=10$$

jest spełniona dla:

a) $n=201$; b) $n=199$; c) $n=101$; d) $n=99$.

18. W dodawaniu po prawej stronie jednakowym literom odpowiadają jednakowe cyfry. Może zatem być:

$$\begin{array}{rcccc} & & & & a\\ & & & a & b\\ & & a & b & c\\ + & a & b & c & d\\ \hline & 2 & 0 & 1 & 7\end{array}$$

a) $abcd=56$; c) $ab+cd=15$;

b) $a+b+c+d=17$; d) $ac+bd=56$.

Uwaga. Różnym literom może być przyporządkowana ta sama cyfra.

19. W prostokącie P_1 stosunek boków jest równy $3:4$. Jeżeli boki prostokąta P_1 powiększymy o 11, to powstanie prostokąt P_2, w którym boki będą w stosunku $4:5$. Stosunek boków prostokąta P_3, którego boki są o 22 dłuższe od boków prostokąta P_2 będzie równy:

a) $5:6$; b) $6:7$; c) $7:8$; d) $8:9$.

20. Ile różnych dzielników (różnych od 1 i n) ma liczba $n=3003$?

a) 4; b) 10; c) 14; d) 18.

21. Dany jest taki trapez $ABCD$, w którym:

$$CD \parallel AB, \quad AD=CD=\frac{1}{3}AB \quad \text{i} \quad \sphericalangle BAD=60^\circ.$$

Miara kąta ABC tego trapezu jest równa

a) 22,5°; b) 25°; c) 27,5°; d) 30°.

22. Liczby a, b, c są dodatnimi liczbami całkowitymi, dla których spełniona jest równość

$$\frac{a}{2}+\frac{b}{3}+\frac{c}{6}=1.$$

Prawdą jest, że

a) $a=1$; b) $b=2$; c) $c=3$; d) $a+b+c=3$.

23. W czworokącie wypukłym $ABCD$ opisanym na okręgu spełniona jest równość $AB=BC$. Wynika stąd, że:

a) $CD=DA$;
b) $\sphericalangle ABC=\sphericalangle ADC$;
c) czworokąt $ABCD$ jest rombem;
d) przekątne czworokąta $ABCD$ są prostopadłe.

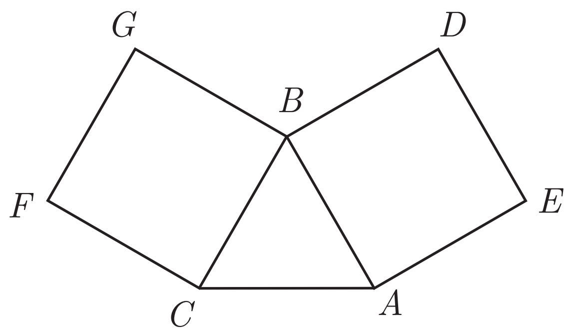
24. Dane są liczby

$$x=\frac{111111}{111112}, \qquad y=\frac{222221}{222223}, \qquad z=\frac{333331}{333334}.$$

Prawdą jest, że:

a) $x>y>z$; b) $z>y>x$; c) $x>z>y$; d) $y>z>x$.

25. Dany jest równoboczny trójkąt ABC o boku długości 10. Na bokach AB i BC danego trójkąta budujemy — na jego zewnątrz — kwadraty $ABDE$ i $BCFG$.



Prawdą jest, że:

a) $\sphericalangle CGD=75^\circ$;
b) $\sphericalangle ECB=\sphericalangle GCB$;
c) $CD=100(2+\sqrt{3})$;
d) $EG^2-CE^2=200$.