XIV Konkurs Matematyczny o Puchar Dyrektora V LO w Bielsku-Białej

1 grudnia 2011 r. **eliminacje** **czas: 90 minut**

Przed Tobą test składający się z 25 zadań. Do każdego zadania podano cztery odpowiedzi, z których **co najmniej jedna jest prawdziwa**. Twoim zadaniem jest wypełnienie tabeli odpowiedzi wpisując **T** lub **N** w zależności od tego czy odpowiedź jest prawdziwa, czy fałszywa.
We wszystkich zadaniach za każdą prawidłową odpowiedź otrzymasz 3 punkty, za brak odpowiedzi 0 punktów, za złą odpowiedź zostanie Ci odjęty 1 punkt. UWAGA! Jeżeli w zadaniu udzielisz cztery odpowiedzi N lub trzy odpowiedzi N i jednocześnie nie udzielisz odpowiedzi T, otrzymasz za to zadanie minus 12 punktów.

Powodzenia!

Przykład wypełniania karty odpowiedzi.

1. Liczba osi symetrii trójkąta może być równa:

a) 0, b) 1, c) 2, d) 3.

2. Iloczyn $\left(2\sqrt{6}-\sqrt{5}\right)\left(3\sqrt{5}-2\sqrt{6}\right)$ wynosi:

a) $8\sqrt{30}-39$, b) $8\sqrt{30}+9$, c) $4\sqrt{30}-39$, d) $8\sqrt{30}$.

Nr zad.	Odpowiedzi a)	b)	c)	d)		Punkty
1.	T	T	N	T		
2.	T	N	N	N		

Tematy zadań

1. Wynikiem mnożenia $1,1\cdot 2,2\cdot 3,3$ jest liczba:

a) $8,796$, b) $7,986$, c) $9,876$, d) $7,896$.

2. Kwadratową kartkę papieru rozcięto wzdłuż jednego z boków na dwa prostokąty, każdy o polu 32 cm^2. Obwód kartki kwadratowej jest równy:

a) 16 cm, b) 24 cm, c) 32 cm, d) 36 cm.

3. Liczby rzeczywiste a, b, c, d spełniają równości $a+1=b-2=c+3=d-4$. Zatem:

a) $c<a<b$, b) $a<b<d$, c) $c<d<b$, d) $c<a<d$.

4. Okręgi o promieniach $r=3$ i $R=10$ nie mają punktów wspólnych. Odległość środków tych okręgów może być równa:

a) 1, b) 7, c) 13, d) 19.

5. Liczba $\dfrac{16}{(\sqrt{5}-3)(2+\sqrt{2})(3+\sqrt{5})(\sqrt{2}-2)}$ jest liczbą:

a) dodatnią, b) wymierną, c) całkowitą, d) niewymierną.

6. Rozwiązaniem równania

$$\frac{2011x+1}{1}+\frac{2010x+2}{2}+\frac{2009x+3}{3}+\cdots+\frac{2x+2010}{2010}+\frac{x+2011}{2011}=2011$$

jest:

a) każda liczba rzeczywista, c) liczba 1,
b) liczba 0, d) liczba dodatnia.

7. Liczba par (x,y) liczb rzeczywistych, które spełniają układ równań

$$\begin{cases} x^2y=150 \\ x^3y^2=4500 \end{cases}$$

jest równa:
a) 4, b) 3, c) 2, d) 1.

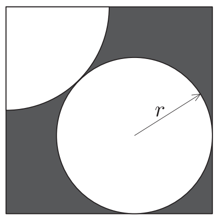
8. Liczba n^3+6n^2+9n, gdzie n jest liczbą całkowitą, jest kwadratem liczby całkowitej dla:

a) dokładnie jednej liczby n, c) nieskończenie wielu liczb n,
b) skończenie wielu liczb n, d) nie ma takich liczb n.

9. Dany jest równoległobok $ABCD$, w którym: $AB=4$, $BC=2$, $\sphericalangle ABC=120^\circ$. Przekątna BD tego równoległoboku ma długość:

a) $\frac{7}{2}$, b) $2\sqrt{3}$, c) $4\sqrt{3}$, d) 3.

10. Z kwadratowego arkusza blachy o boku 20 cm maszyna wycina dwie kształtki (patrz rysunek obok). Jedna jest ćwiartką koła o promieniu 10 cm, a druga jest w kształcie koła o promieniu r. Stąd:



a) $r=7{,}7$ cm, c) $r=8$ cm,
b) $r=10(5-3\sqrt{2})$ cm, d) $r=10(4-3\sqrt{2})$ cm.

11. Pole powierzchni całkowitej S prostopadłościanu o krawędziach długości a, b, c można wyrazić wzorem:

a) $S=(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)$, c) $S=(a+b+c)^2$,
b) $S=ab+bc+ac$, d) $S=2(a^2+b^2+c^2)$.

12. Iloczyn trzech liczb całkowitych większych od 1 jest równy 2012. Prawdą jest, że:
a) dokładnie jedna z tych liczb jest liczbą pierwszą,
b) dokładnie jedna z tych liczb jest liczbą parzystą,
c) dokładnie jedna z tych liczb jest liczbą nieparzystą,
d) w iloczynie tym występują dwa różne czynniki.

13. W zawodach matematycznych wzięło udział 140 uczniów. 40% wszystkich uczestników nagrodzono. Stosunek liczby nagród I stopnia, II stopnia i III stopnia jest równy 1:2:4. Ile przyznano nagród II stopnia?

a) 12, b) 14, c) 16, d) 18.

14. W czworokącie wypukłym $ABCD$ spełnione są równości

$$AB=3,\quad BC=4,\quad CD=5,\quad DA=6,\quad \sphericalangle ABC=90^\circ.$$

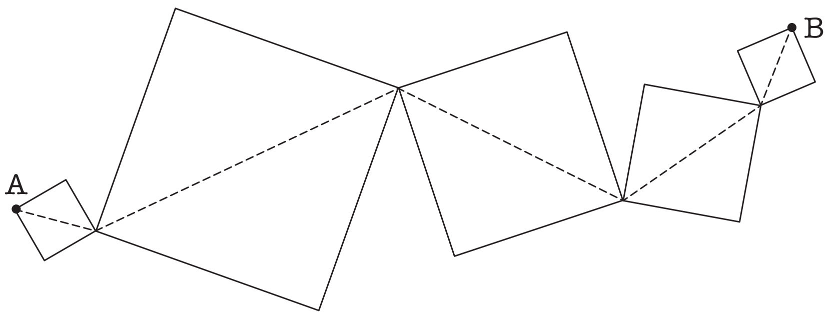
Pole tego czworokąta jest równe

a) 16, b) 18, c) 24, d) 28.

15. Liczba x spełniająca równość $\sqrt{16+\sqrt{9+\sqrt{4+x}}}=5$ jest:

a) większa od 5000,
b) równa 4180,
c) mniejsza od 5000,
d) równa 5180.

16. Twoim zadaniem jest przejść z punktu A do punktu B (rysunek poniżej) poruszając się po dwóch bokach kolejnych kwadratów, leżących po jednej ze stron zaznaczonych przekątnych.



Liczba różnych dróg takiego przejścia jest równa:

a) 10, b) 16, c) 32, d) 2^5-1.

17. Trójkąt równoboczny można rozciąć na:

a) trzy trójkąty przystające,
b) sześć trójkątów przystających,
c) cztery trójkąty przystające,
d) trzy czworokąty przystające.

18. Suma cyfr liczby $999\,999\,995^2$ jest:

a) równa 79,
b) mniejsza niż 81,
c) większa niż 79,
d) równa 80.

19. Liczba par (x,y) liczb całkowitych, które spełniają równanie

$$(x+y)^2=(xy)^2+3$$

jest równa:

a) 0, b) 2, c) 4, d) 6.

20. Liczby rzeczywiste a, b i c spełniają równości $\frac{1}{a}=a+\frac{1}{b}=b+\frac{1}{c}=3$. Liczby te spełniają również zależność:

a) $21abc=1$, b) $a+b+c>1$, c) $c<ab+\frac{1}{4}$ d) $2b>ac$

21. Dany jest taki czworokąt wypukły $ABCD$, że

$$\sphericalangle ABC=60^\circ,\quad \sphericalangle ABD=50^\circ,\quad \sphericalangle BAC=60^\circ,\quad \sphericalangle CAD=20^\circ.$$

Miara kąta $\sphericalangle ACD$ jest równa:

a) 80°, b) 75°, c) 70°, d) 65°.

22. Dla dodatnich liczb całkowitych a, b, c i d równość $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$:

a) jest prawdziwa gdy $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$,
b) jest prawdziwa gdy $ad^2=b^2c$,
c) jest prawdziwa zawsze,
d) nigdy nie jest prawdziwa.

23. Dla liczb rzeczywistych x, y, z równość $x+(y\cdot z)=(x+y)\cdot(x+z)$ zachodzi:

a) gdy $x=y=z=\frac{1}{3}$, b) gdy $x=0$, c) gdy $x+y+z=1$, d) zawsze.

24. Dla liczb całkowitych a, b i c prawdą jest, że:

a) jeśli liczba abc jest parzysta, to liczba $a+b+c$ jest parzysta,
b) jeśli liczba $a+b+c$ jest parzysta, to liczba abc jest parzysta,
c) jeśli liczba $(a+b)c$ jest parzysta, to liczba abc jest parzysta,
d) jeśli liczba $abc+2011$ jest parzysta, to liczba $a+b+c+2011$ jest parzysta.

25. W kwadracie $ABCD$ (patrz rysunek obok) punkty E i F są środkami boków odpowiednio BC i CD. Odcinki AE i AF przecinają przekątną BD tego kwadratu odpowiednio w punktach G i H. Prawdą jest, że:

a) $DH=GH$,
b) $3AC=4EF$,
c) $2EF=3GH$,
d) $\sphericalangle DAH=\sphericalangle HAG=\sphericalangle GAB$.