XIII Konkurs Matematyczny o Puchar Dyrektora V LO w Bielsku-Białej

2 grudnia 2010 r. **eliminacje** **czas: 90 minut**

Przed Tobą test składający się z 27 zadań. Do każdego zadania podano cztery odpowiedzi, z których **co najmniej jedna jest prawdziwa**. Twoim zadaniem jest wypełnienie tabeli odpowiedzi wpisując **T** lub **N** w zależności od tego czy odpowiedź jest prawdziwa, czy fałszywa.
We wszystkich zadaniach za każdą prawidłową odpowiedź otrzymasz 3 punkty, za brak odpowiedzi 0 punktów, za złą odpowiedź zostanie Ci odjęty 1 punkt. UWAGA! Jeżeli w zadaniu udzielisz cztery odpowiedzi N lub trzy odpowiedzi N i jednocześnie nie udzielisz odpowiedzi T, otrzymasz za to zadanie minus 12 punktów.

Powodzenia!

Przykład wypełniania karty odpowiedzi.

1. Liczba osi symetrii trójkąta może być równa:

a) 0, b) 1, c) 2, d) 3.

2. Iloczyn $\left(2\sqrt{6}-\sqrt{5}\right)\left(3\sqrt{5}-2\sqrt{6}\right)$ wynosi:

a) $8\sqrt{30}-39$, b) $8\sqrt{30}+9$, c) $4\sqrt{30}-39$, d) $8\sqrt{30}$.

Nr zad.	Odpowiedzi a)	b)	c)	d)		Punkty
1.	T	T	N	T		
2.	T	N	N	N		

Treści zadań

1. O ile powiększy się liczba 77, jeżeli pomiędzy jej obie cyfry wpiszemy dwa zera?

a) 7030, b) 6930, c) 6830, d) 6730.

2. W koszyku jest dwa razy więcej jabłek niż gruszek. W koszyku tym połowa gruszek jest przegniła, a przegniłych jabłek jest dwa razy mniej niż przegniłych gruszek. W takim razie w tym koszyku przegniłe jest:

a) co drugie jabłko, b) co czwarte jabłko,
c) co ósme jabłko, d) co szesnaste jabłko.

3. Dzieląc liczbę 201020102010 przez 2010, otrzymamy:

a) 111, b) 10101, c) 1001001, d) 100010001.

4. W pewnym biurowcu jest 200 okien. Rano otwartych było 60 okien. Po południu zamknięto co drugie otwarte okno, a następnie otwarto co drugie okno zamknięte. Ile okien jest teraz otwartych?

a) 70, b) 85, c) 100, d) 115.

5. Po zliczeniu wyników pięciu testów średni wynik Ani wynosi 90. Ania w poprzednich czterech testach uzyskała wyniki: 90, 100, 97, 98. Jaki wynik uzyskała Ania z ostatniego testu?

a) 55, b) 65, c) 88, d) 90.

6. Obok dana jest tablica liczb.
Różnica dwóch spośród liczb tej tablicy nie może być równa:

$$\begin{bmatrix} 11 & 57 & 22 \\ 17 & 23 & 33 \\ 6 & 62 & 44 \end{bmatrix}$$

a) 5, b) 6, c) 7, d) 8.

7. Cztery punkty A, B, C, D położone są na prostej tak, że $AC=BC$, punkt B leży między punktami A i D oraz $AC=7$. Długość odcinka CD jest równa:

a) 14, b) 21, c) 28,
d) za mało danych do wyznaczenia długości odcinka CD .

8. Liczby a, b, c przy dzieleniu przez 7 dają odpowiednio reszty równe 1, 2, 3. Liczba $a^2+b^2+c^2$ przy dzieleniu przez 7 daje resztę r. Zatem

a) $r>1$, b) $r<6$, c) $r=6$, d) $r=0$.

9. Niech a i b będą różnymi liczbami całkowitymi dodatnimi oraz

$$w=1+a+b+ab.$$

Wtedy

a) w jest liczbą złożoną dla każdych liczb a i b,
b) $240<w<250$ dla pewnych liczb a i b,
c) $w\geqslant 6$ dla każdych liczb a i b,
d) $w=2010$ dla pewnych liczb a i b.

10. Czarnoksiężnik podarował Ci zaczarowaną szkatułkę i podał dwa zaklęcia. Szkatułka ta na jedno z tych zaklęć powiększa swoją zawartość o jednego talara, a na drugie podwaja liczbę talarów w niej znajdujących się. Jaką najmniejszą liczbę zaklęć musiałbyś wypowiedzieć, aby w szkatułce, która była pusta, znalazło się dokładnie 40 talarów?
Uwaga. Nie wyjmujemy talarów ze szkatułki.

a) 6, b) 7, c) 8, d) 14.

11. Pewien pięciokąt wypukły ma trzy kąty proste, a pozostałe dwa mają równe miary. Miara ta jest równa:

a) 90°, b) 120°, c) 135°, d) 170°.

12. Wysokość trójkąta równobocznego ma długość 10. Pole tego trójkąta jest równe:

a) 100, b) $\dfrac{100}{\sqrt{3}}$, c) $100\sqrt{3}$, d) $\dfrac{100}{3}\sqrt{3}$.

13. Na tablicy w jednym wierszu zapisano jedenaście kolejnych liczb całkowitych, których suma jest równa 121. Jeżeli środkowa z tych liczb jest równa x, to:

a) $x > 10$, b) $x^2 = 121$, c) $x^3 < 1331$, d) $3x + 1977 = 2010$.

14. W sześciokącie foremnym poprowadzono dwie przekątne mające wspólny koniec. Kąt, jaki tworzą te przekątne może być równy:

a) 30°, b) 45°, c) 60°, d) 90°.

15. Dane są liczby $A = \underbrace{44\ldots4}_{20\text{ cyfr}} \cdot \underbrace{66\ldots6}_{10\text{ cyfr}}7$ i $B = \underbrace{88\ldots8}_{20\text{ cyfr}} \cdot \underbrace{33\ldots3}_{11\text{ cyfr}}$. Prawdą jest, że

a) $A < B$, b) $A > B$, c) $A = B$, d) $A - B = 24 \cdot \underbrace{11\ldots1}_{20\text{ cyfr}}$.

16. Dany jest kwadrat $ABCD$ o środku O. Punkt M jest środkiem odcinka AO, a punkt N jest środkiem boku BC. Trójkąt DNM jest:

a) równoramienny, b) ostrokątny,
c) rozwartokątny, d) prostokątny.

17. Sierżant przygotowywał do defilady oddział żołnierzy. Próbował ich ustawić trójkami, ale jeden żołnierz zostawał. Także po ustawieniu czwórkami, piątkami i szóstkami jeden żołnierz zostawał. W końcu próbował ich ustawić w kolumnie siódemkami i z ulgą stwierdził, że nikt nie został i siódemki były kompletne. Ilu żołnierzy mógł liczyć ten oddział?

a) 299, b) 301, c) 601, d) 609.

18. Jeżeli dla liczb x, y, z i t prawdziwe są równości

$$x+y+z=75, \quad y+z+t=80, \quad z+t+x=85, \quad t+x+y=90,$$

to prawdziwa jest zależność:

a) $x+y+z+t=110$, b) $x^2 < yt$,
c) $t = x+5$, d) $\dfrac{y+t}{2} = x$.

19. Jeżeli środek okręgu opisanego na trójkącie leży na jednym z jego boków, to ten trójkąt na pewno jest:

a) równoramienny, b) rozwartokątny,
c) prostokątny, d) równoboczny.

20. Żadna z liczb całkowitych m i n nie dzieli się przez 6. Prawdą jest, że:

a) mn nie dzieli się przez 6, b) mn nie dzieli się przez 36,
c) $m+n$ nie dzieli się przez 36, d) $m+n$ nie dzieli się przez 6.

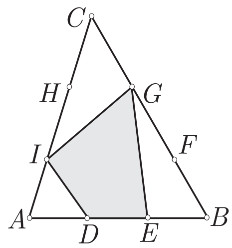
21. Każda dodatnia liczba całkowita podzielna przez 15 ma:

a) nieparzystą cyfrę dziesiątek, b) sumę cyfr podzielną przez 3,
c) cyfrę jednostek podzielną przez 5, d) sumę cyfr podzielną przez 5.

22. Dodatnie liczby a, b, c, d są takie, że $abc=24$, $abd=30$, $acd=40$ i $bcd=60$. Wtedy:

a) $abcd=120$, b) $5c=4d$, c) $5b=4d$, d) $d=5$.

23. Punkty D, E, F, G, H i I dzielą każdy bok trójkąta ABC na trzy równe części (patrz rysunek). Stosunek pola zacieniowanego czworokąta $DEGI$ do pola trójkąta ABC jest równy p. Zatem:



a) $p=\frac{1}{2}$, b) $p<\frac{1}{2}$, c) $p=\frac{4}{9}$, d) $p>\frac{11}{27}$.

24. Liczba 535 jest liczbą palindromiczną, bo czytana od lewej do prawej jest taką samą liczbą jak czytana od prawej do lewej. Ile jest czterocyfrowych liczb palindromicznych podzielnych przez 3?

a) 24, b) 27, c) 30, d) 33.

25. Dla ilu liczb całkowitych n liczba $\frac{n+2009}{n+2011}$ jest liczbą całkowitą?

a) 0, b) 2, c) 4, d) 6.

26. Niech $s(n)$ oznacza sumę cyfr liczby naturalnej n, np. $s(3)=3$, $s(14)= =1+4=5$, $s(33)=3+3=6$. Wartość wyrażenia

$$s(1)+s(2)+\cdots+s(99)+s(100)$$

jest równa:

a) 856, b) 900, c) 901, d) 946.

27. Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku 2. Punkt E leży wewnątrz tego kwadratu, a punkt F na jego zewnątrz. Jeżeli trójkąty BCE i CDF są trójkątami równobocznymi, to prawdą jest, że:

a) $\sphericalangle DEF=25°$, b) $\sphericalangle DFE=15°$, c) $FE^2=2\cdot CD^2$, d) $DE=3-\sqrt{3}$.