BIELSKO - BIAŁA V LO matematyczno fizyczno informatyczne

XXI Konkurs Matematyczny o Puchar Dyrektora V LO w Bielsku-Białej

2 marca 2019 r. **finał** **czas: 105 minut**

Przed Tobą do rozwiązania 4 zadania. Za każde zadanie możesz uzyskać maksymalnie 5 punktów.

⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆

1. Znajdź wszystkie liczby całkowite dodatnie a, b, c $(a \leqslant b \leqslant c)$ spełniające równanie

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{6}{7}$$

2. Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x^2 = y + z \\ y^2 = z + x \\ z^2 = x^2 + y^2 \end{cases}$$

3. Niech a i b będą liczbami całkowitymi. Wykaż, że jeżeli liczba $3a + 16b$ jest podzielna przez 13, to liczba $a + b$ również dzieli się przez 13.

4. Dany jest trójkąt ostrokątny ABC, w którym $AC \neq BC$. Na dwusiecznej kąta ACB wybrano punkt P taki, że $AP = BP$. Wykaż, że $\measuredangle PAB = \frac{1}{2}\measuredangle ACB$.

Powodzenia